

TÍNH TOÁN CỌC MỀM CHỊU LỰC NGANG CÓ XÉT ẢNH HƯỞNG CỦA LỰC DỌC TRỰC BẰNG PHƯƠNG PHÁP MA TRẬN CHUYỂN TIẾP

Ts. Phan Dũng

1. Giới thiệu

1.1 Trong tính toán móng cọc, cọc chịu lực ngang là một bài toán vừa mang tính lý thuyết cơ bản vừa mang tính thực hành thực tế. Những nét chính phát triển các nghiên cứu về bài toán uốn ngang-dọc của cọc có thể xem trong [2] và [4].

1.2 Đối tượng của bài viết này sẽ là các cọc mềm chịu tác dụng của tổ hợp tải trọng (thẳng đứng, nằm ngang và momen) đóng trong nền biến dạng đàn hồi cục bộ nhiều lớp (xem hình 1a). Bài toán như thế có thể được giải theo hai sơ đồ:

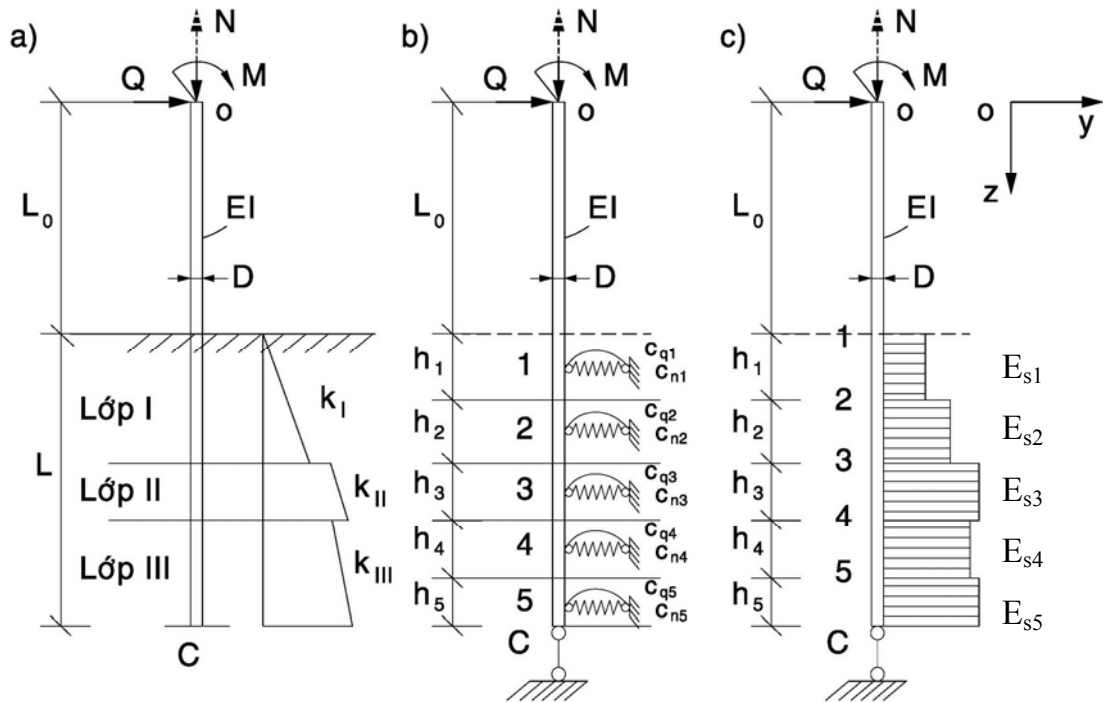
1. Sơ đồ dầm - gối: tương tác giữa cọc – nền khi chịu lực ngang được rời rạc hóa với nền bởi các gối chống chuyển vị ngang và chống chuyển vị xoay đặt tại trung điểm của mỗi đoạn cọc. Bằng cách như thế, cọc chịu lực ngang trong nền đàn hồi được chuyển về dầm liên tục nhiều nhịp trên các gối đàn hồi như hình 1b.
2. Sơ đồ dầm - nền: tương tác giữa cọc – nền khi chịu lực ngang vẫn giữ được tính liên tục nhưng trong mỗi đoạn cọc, giá trị đặc trưng cho hệ số nền là một hằng số. Bằng cách như thế, cọc chịu lực ngang trong nền đàn hồi là một dầm trên nền đàn hồi với hệ số nền có dạng bậc như hình 1c.

Trong quá trình tính toán, cần phân biệt các tham số đặc trưng cho sự tương tác giữa cọc – nền sau đây:

- Hệ số tỷ lệ của hệ số nền, k (kN/m^4);
- Hệ số phản lực nền, k_z (kN/m^3);
- Mô đun phản lực nền, E_{sz} (kN/m^2);
- Hệ số độ cứng chống chuyển vị ngang của gối đàn hồi, C_{nz} (kN/m);
- Hệ số độ cứng chống chuyển vị xoay của gối đàn hồi, C_{qz} (kNm/rad).

1.3 Cọc chịu uốn ngang-dọc theo sơ đồ dầm -gối đã được nghiên cứu kỹ trong [2] đối với nền biến dạng tuyến tính cũng như làm việc trong giai đoạn đàn hồi – dẻo nhờ thuật toán ma trận chuyển tiếp (MTCT). Bài toán uốn ngang – dọc của cọc theo sơ đồ dầm – nền đã được giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) [5] [6].

Bài báo này giới thiệu kết quả của việc ứng dụng phương pháp MTCT để khảo sát các bài toán cơ bản của cọc chịu lực ngang có xét ảnh hưởng của lực đứng theo sơ đồ dầm – nền.



Hình 1: Các sơ đồ tính toán của cọc chịu lực ngang.

- Sơ đồ cọc – đất chịu tổ hợp tải trọng;
- Sơ đồ dầm – gối;
- Sơ đồ dầm-nền.

2. Nội dung cơ bản

2.1 Nội dung cơ bản của phương pháp MTCT đối với sơ đồ dầm nền [1]:

1. Các ma trận cơ bản.

Xét một nhịp dầm thứ i , ở bài toán này ta làm quen với ma trận – cột biểu thị trạng thái chuyển vị – nội lực tại tiết diện bất kỳ của dầm, gọi tắt là vectơ trạng thái. Tại hai tiết diện đầu mút thanh thứ i là 0 và 1, vectơ này có dạng:

$$\varepsilon_{0i} = \{u_{y0i} \quad \varphi_{x0i} \quad M_{x0i} \quad Q_{y0i} \quad 1\} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{1i} = \{u_{y1i} \quad \varphi_{x1i} \quad M_{x1i} \quad Q_{y1i} \quad 1\} \quad (2)$$

Trong một nhịp dầm, quan hệ giữa hai vectơ trạng thái nêu trên được xác định bằng biểu thức sau:

$$\varepsilon_{1i} = L_i \varepsilon_{0i} \quad (3)$$

Ở đây, L_i là ma trận chuyển nhịp, thực hiện phép biến đổi tuyến tính vectơ trạng thái ε_{0i} thành vectơ trạng thái ε_{1i} .

Đẳng thức (3) về thực chất là công thức của phương pháp thông số ban đầu trong môn Sức bền vật liệu được viết dưới dạng ma trận.

2. Xác định các thông ẩn số ban đầu:

Từ (1) ta thấy ở bài toán cọc chịu lực ngang có 04 thông số ban đầu. Phụ thuộc vào điều kiện liên kết ở tại đầu cọc (tiết diện O), thường có 02 thông số chưa biết được gọi là thông ẩn số. Vấn đề cốt lõi của giải thuật MTCT là xác định giá trị các thông ẩn số này. Cách làm như sau.

① Tìm ma trận tích ảnh hưởng tổng thể W_n :

Nếu áp dụng (3) vào sơ đồ hình 1c với n nhíp thì nhận được:

$$\varepsilon_{1n} = L_n L_{n-1} \dots L_i L_{i-1} \dots L_2 L_1 \varepsilon_{01} = W_n \varepsilon_{01} \quad (4)$$

$$\text{Với: } W_n = L_n L_{n-1} \dots L_i L_{i-1} \dots L_2 L_1 \quad (5)$$

Ma trận W_n có cấp giống ma trận L_i

② Theo điều kiện liên kết ở chân cọc C, lập ma trận tuyến điều kiện T_1 và tính:

$$W_n^* = T_1 W_n \quad (6)$$

③ Theo điều kiện liên kết tại đầu cọc, lập ma trận tuyến các thông ẩn số T_2 và tìm ma trận chứa các phần tử là hệ số của phương trình để xác định các thông ẩn số:

$$K = W_n^* T_2 \quad (7)$$

④ Theo các thông số đã biết tại đầu cọc, lập ma trận tuyến các số hạng tự do ứng với ma trận K, ký hiệu T_3 và tìm ma trận cột chứa các số hạng tự do:

$$W_0 = W_n^* T_3 \bar{\varepsilon}_{01} \quad (8)$$

Trong đó: $\bar{\varepsilon}_{01}$ là ma trận – cột chứa các thông số ban đầu đã biết tại đầu cọc.

⑤ Tìm ma trận – cột chứa các thông ẩn số ban đầu cần biết:

$$\bar{\varepsilon}_{01} = K^{-1} W_0 \quad (9)$$

⑥ Sau khi có kết quả từ (9), bổ sung các giá trị tìm được vào (1) để xác định vec tơ trạng thái ban đầu ε_{0i} của toàn hệ.

2.2 Các ma trận chuyển nhíp

1. Đối với phần cọc thuộc chiều cao tự do:

Trường hợp uốn – ngang:

$$L_i = \begin{bmatrix} 1 & h_i & \frac{h_i^2}{2EI} & \frac{h_i^3}{3EI} & u_y^* \\ 0 & 1 & \frac{h_i}{EI} & \frac{h_i^2}{2EI} & \varphi_x^* \\ 0 & 0 & 1 & h_i & M_x^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & Q_y^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Trường hợp uốn – nén:

$$L_i = \begin{bmatrix} 1 & h_i \frac{\sin a}{a} & \frac{h_i^2}{EI} \frac{1 - \cos a}{a^2} & \frac{h_i^3}{EI} \frac{a - \sin a}{a^3} & u_y^* \\ 0 & \cos a & \frac{h_i}{EI} \frac{\sin a}{a} & \frac{h_i^2}{EI} \frac{1 - \cos a}{a^2} & \varphi_x^* \\ 0 & N h_i \frac{\sin a}{a} & \cos a & h_i \frac{\sin a}{a} & M_x^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & Q_y^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Trường hợp uốn – kéo:

$$L_i = \begin{bmatrix} 1 & h_i \frac{\text{sha}}{a} & \frac{h_i^2}{EI} \frac{\text{cha} - 1}{a^2} & \frac{h_i^3}{EI} \frac{\text{sha} - a}{a^3} & u_y^* \\ 0 & \text{cha} & \frac{h_i}{EI} \frac{\text{sha}}{a} & \frac{h_i^2}{EI} \frac{\text{cha} - 1}{a^2} & \varphi_x^* \\ 0 & N h_i \frac{\text{sha}}{a} & \text{cha} & h_i \frac{\text{sha}}{a} & M_x^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & Q_y^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Trong đó: cột cuối của các ma trận chứa các phần tử chuyển vị – nội lực do tải trọng ngoài gây ra;

h_i : chiều dài nhịp thứ i ;

$$\frac{a}{h_i} = \left(\frac{N}{EI} \right)^{0,5};$$

2. Đối với phần cọc nằm trong đất:

Dạng chung của ma trận chuyển nhịp như sau:

$$L_i = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & u_y^* \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & \varphi_x^* \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & M_x^* \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & Q_x^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Từ kết quả trong [3] ta có các công thức cụ thể sau đây:

Trường hợp uốn – ngang:

$$\left. \begin{aligned} L_{11} &= L_{22} = L_{33} = L_{44} = f_1 \\ L_{12} &= \frac{1}{2\beta} (f_2 + f_3) \\ L_{13} &= L_{24} = \frac{1}{2\beta^2 EI} f_4 \\ L_{14} &= \frac{1}{4\beta^3 EI} (f_3 - f_2) \\ L_{23} &= \frac{1}{2\beta EI} (f_2 + f_3) \\ L_{31} &= -2\beta^2 EIf_4 \\ L_{32} &= \beta EI (f_2 - f_3) \\ L_{34} &= \frac{1}{2\beta} (f_2 + f_3) \\ L_{41} &= -2\beta^3 EI (f_2 + f_3) \\ L_{42} &= -2\beta^2 EIf_4 \\ L_{43} &= \beta (f_2 - f_3) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Trong đó:

$$\beta = \left(\frac{E_{si}}{4EI} \right)^{0,25} \quad (16)$$

E_{si} : modun phản lực nền có thứ nguyên kN / m^2 .

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \text{ch}\beta h_i \cos \beta h_i \\ f_2 &= \text{sh}\beta h_i \cos \beta h_i \\ f_3 &= \text{ch}\beta h_i \sin \beta h_i \\ f_4 &= \text{sh}\beta h_i \sin \beta h_i \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Trường hợp uốn – nén:

$$\begin{aligned}
 L_{11} &= L_{44} = f_1 - \eta_1 f_4 \\
 L_{12} &= L_{34} = \frac{1}{2} \left(\frac{f_3}{a} + \frac{f_2}{b} \right) \\
 L_{13} &= L_{24} = \eta_3 f_4 \\
 L_{14} &= \eta_4 \left(\frac{f_3}{a} - \frac{f_2}{b} \right) \\
 L_{21} &= L_{43} = \frac{a^2 + b^2}{2a} f_2 - \frac{a^2 + b^2}{2b} f_3 \\
 L_{22} &= L_{33} = f_1 + \frac{b^2 - a^2}{2ab} f_4 \\
 L_{23} &= \eta_3 (af_2 + bf_3) \\
 L_{31} &= L_{41} = -\frac{(a^2 + b^2)^2}{2ab} EIf_4 \\
 L_{32} &= \left(\frac{b^2 - 3a^2}{2a} f_3 - \frac{a^2 - 3b^2}{2b} f_2 \right) EI \\
 L_{41} &= \left\{ \left[b(b^2 - 3a^2) + a(a^2 - 3b^2)\eta_1 \right] f_2 + \left[a(a^2 - 3b^2) - b(b^2 - 3a^2)\eta_1 \right] f_3 \right\} EI + \\
 &+ N \left(\frac{a^2 + b^2}{2b} f_2 - \frac{a^2 + b^2}{2a} f_3 \right)
 \end{aligned} \tag{18}$$

Trong công thức này:

$$a = \left[\left(\frac{E_{si}}{4EI} \right)^{0,5} + \frac{N}{4EI} \right]^{0,5} \tag{19}$$

$$b = \left[\left(\frac{E_{si}}{4EI} \right)^{0,5} - \frac{N}{4EI} \right]^{0,5} \tag{20}$$

$$\eta_1 = \frac{b^2 - a^2}{2ab} \tag{21}$$

$$\eta_3 = \frac{1}{2abEI} \tag{22}$$

$$\eta_4 = \frac{1}{2(a^2 + b^2)EI} \tag{23}$$

$$\left. \begin{aligned}
 f_1 &= chb_i \cos ah_i \\
 f_2 &= shb_i \cos ah_i \\
 f_3 &= chb_i \sin ah_i \\
 f_4 &= shb_i \sin ah_i
 \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

Trường hợp uốn – kéo:

$$\left. \begin{aligned}
 L_{11} &= L_{44} = f_1 - \eta_6 f_4 \\
 L_{12} &= L_{34} = 0,5 \left(\frac{f_2}{a} + \frac{f_3}{b} \right) \\
 L_{13} &= L_{24} = \eta_3 f_4 \\
 L_{14} &= \eta_4 \left(\frac{f_3}{b} - \frac{f_2}{a} \right) \\
 L_{21} &= L_{43} = \frac{a^2 + b^2}{2a} f_2 - \frac{a^2 + b^2}{2b} f_3 \\
 L_{22} &= L_{33} = f_1 + \frac{a^2 - b^2}{2ab} f_4 \\
 L_{23} &= \eta_3 (bf_2 + af_3) \\
 L_{31} &= L_{42} = -\frac{(a^2 + b^2)^2}{2ab} EIf_4 \\
 L_{32} &= \left(\frac{a^2 - 3b^2}{2b} f_3 - \frac{b^2 - 3a^2}{2a} f_2 \right) EI \\
 L_{41} &= \left\{ a(a^2 - 3b^2) + b(b^2 - 3a^2) \eta_6 \right\} f_2 + \left\{ b(b^2 - 3a^2) - a(a^2 - 3b^2) \eta_6 \right\} f_3 \Big\} EI + \\
 &+ N \left(\frac{a^2 + b^2}{2a} f_2 - \frac{a^2 + b^2}{2b} f_3 \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Trong trường hợp này, các hệ số: a , b , η_3 và η_4 giống như uốn – nén. Các đại lượng còn lại tính như sau:

$$\eta_6 = \frac{a^2 - b^2}{2ab} \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned}
 f_1 &= chah_i \cos bh_i \\
 f_2 &= shah_i \cos bh_i \\
 f_3 &= chah_i \sin bh_i \\
 f_4 &= shah_i \sin bh_i
 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

2.3 Lời giải của MTCT đối với ba bài toán cọc mềm chịu lực ngang:

Dựa vào những nội dung cơ bản và các ma trận chuyển nhíp đã trình bày trên để giải ba bài toán sau đây:

1. Bài toán thứ nhất: xác định trạng thái chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang có xét ảnh hưởng của lực dọc trục.
 - Ý nghĩa: Tại một tiết diện bất kỳ z , trạng thái chuyển vị – nội lực bao gồm: chuyển vị ngang y_z , chuyển vị xoay φ_z , momen uốn M_z , lực cắt Q_z , và phản lực đất p_z . Những đại lượng này được dùng để kiểm tra các trạng thái giới hạn của cọc.

- Điều kiện tính:
 - Liên kết đầu cọc: tự do.
 - Tổ hợp tải trọng đầu cọc: lực ngang Q , momen M và lực dọc N (nén hoặc kéo).
 - Liên kết chân cọc: tùy thuộc điều kiện thiết kế.
- Các ma trận:
 - Ma trận tuyến điều kiện T_1 có cấu trúc phụ thuộc vào điều kiện liên kết ở chân cọc.
 - Ma trận tuyến ẩn T_2 phụ thuộc vào điều kiện liên kết ở đầu cọc: tự do, có cấu trúc:

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

- Ma trận tuyến các số hạng tự do T_3 phụ thuộc hai thông số đã biết ở đầu cọc là M và Q , có cấu trúc:

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

2. Bài toán thứ hai: Xác định độ cứng chống chuyển vị ngang và chuyển vị xoay của đầu cọc có xét ảnh hưởng của lực dọc trục.

- Ý nghĩa: Độ cứng chống chuyển vị ngang và chuyển vị xoay là các phản lực momen và lực cắt xuất hiện trong liên kết ngàm tại đầu cọc khi chịu chuyển vị cưỡng bức đơn vị. Những đại lượng này là tham số đầu vào để tính toán móng cọc theo sơ đồ khung với trụ cọc trong đất.
- Điều kiện tính
 - Liên kết đầu cọc: ngàm cứng.
 - Tổ hợp tải trọng đầu cọc: lực dọc N (nén hoặc kéo).
 - Liên kết chân cọc: tùy thuộc điều kiện thiết kế.
- Các ma trận tuyến:
 - Ma trận tuyến điều kiện T_1 : giống bài toán thứ nhất.
 - Ma trận tuyến ẩn T_2

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

– Ma trận tuyến các số hạng tự do T_3 :

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

3. Bài toán thứ ba: Xác định chiều dài tương đương của cọc khi chịu lực ngang, còn gọi là chiều dài tính toán chịu uốn của cọc hay là chiều dài chịu uốn của cọc có xét ảnh hưởng của lực dọc trục.

- Ý nghĩa: Chiều dài chịu uốn của cọc là chiều dài một thanh tương đương hai đầu ngàm cứng có độ cứng chống chuyển vị ngang (nêu ở bài toán thứ hai) bằng của cọc thực.

Đại lượng này là tham số đầu vào để tính móng cọc theo sơ đồ khung có trụ tương đương.

- Điều kiện tính:
 - Liên kết đầu cọc: ngàm trượt
 - Tổ hợp tải trọng đầu cọc: lực ngang và dọc trục N (nén hoặc kéo).
 - Liên kết chân cọc: tùy thuộc điều kiện thiết kế.
- Các ma trận tuyến:

Ma trận điều kiện T_1 : giống bài toán thứ nhất.

Ma trận tuyến ản T_2 :

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Ma trận tuyến các số hạng tự do T_3 :

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

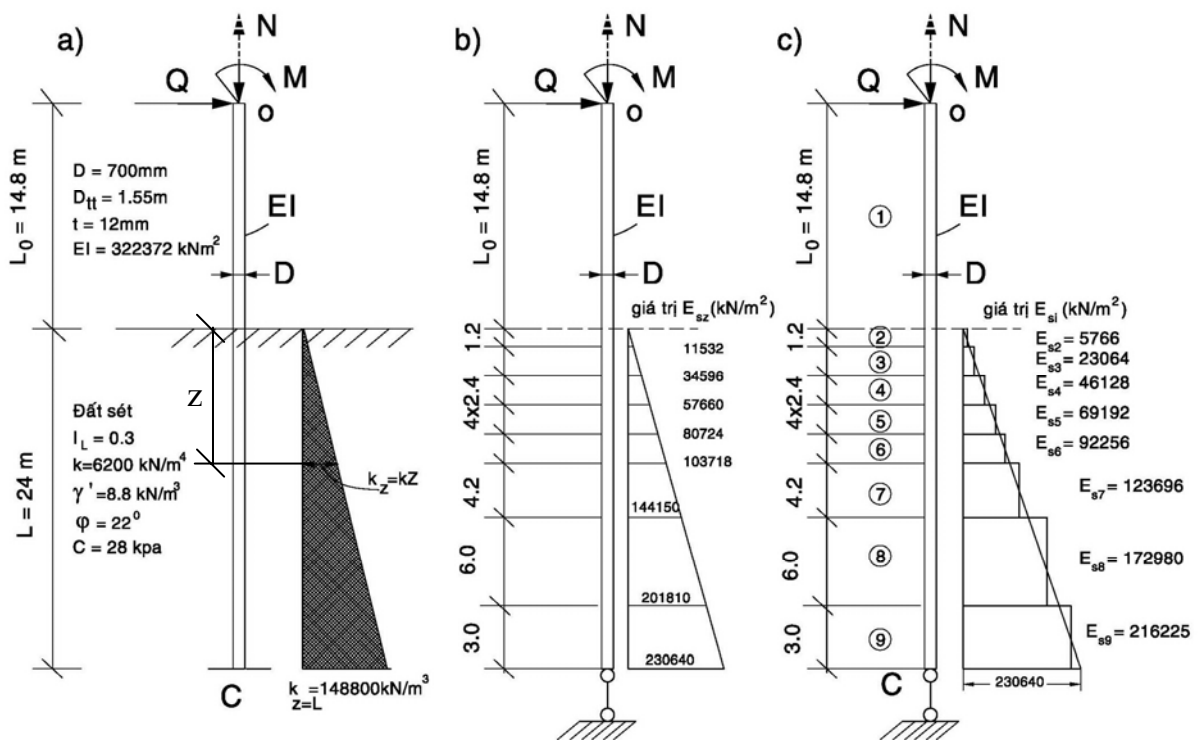
Ghi chú: Để bảo đảm kết quả chính xác, chiều dài đoạn cọc trong đất phải thỏa mãn điều kiện của Babanov và Perov [6].

3. Ví dụ:

3.1 Ví dụ 1: Khảo sát ảnh hưởng của lực dọc trục N đến chuyển vị-nội lực của cọc chịu lực ngang.

Đầu bài

Cho một cọc ống thép đóng trong nền đất sét đồng nhất với các số liệu xuất phát như trên hình 2a. Yêu cầu xác định chuyển vị – nội lực trong cọc chịu lực ngang với ba trường hợp: uốn ngang dưới tác dụng của $Q=50\text{kN}$ và $M=50\text{kNm}$, uốn-nén: thêm lực nén dọc trục $N=1000\text{kN}$ và uốn – kéo: thêm lực kéo dọc trục $N=1000\text{kN}$.



Hình 2: Các sơ đồ tính toán của ví dụ 1.

- Số liệu cho trước của ví dụ;
- Phân chia cọc thành nhiều đoạn với biểu đồ mô đun phản lực nền;
- Sơ đồ dầm-nền để tính cọc chịu lực ngang.

Giải

1. Sơ đồ dầm – nền:

Trong trường hợp chung, từ kích thước cọc và biểu đồ phân bố hệ số nền theo chiều sâu đã cho (H.2a) ta tìm được biểu đồ phân bố mô đun phản lực nền tương ứng (H.2b). Nếu chia phần cọc ngập trong đất thành nhiều đoạn nhỏ thì sẽ xác định được giá trị E_{SZ} tại hai đầu mỗi đoạn. Hình 2c mô tả sơ đồ dầm nền của ví dụ đã cho với

E_{Si} là giá trị trung bình cộng của E_{SZ} trong mỗi đoạn. Cách chia đoạn như thế sẽ được đánh giá mức độ chính xác theo điều kiện (30) trong [6] như ở bảng 1.

Bảng 1: Kết quả kiểm tra điều kiện (30) trong [6].

Số thứ tự phần tử	h_i (m)	E_{Si} (kPa)	α_i (m^{-1})	αh_i	Đánh giá
2	1.2	5766	0.259	0.31	Thỏa
3	2.4	23064	0.366	0.878	Thỏa
4	2.4	46128	0.435	1.044	Thỏa
5	2.4	69192	0.481	1.155	Thỏa
6	24	92256	0.517	1.241	Thỏa
7	4.2	123616	0.557	2.337	Không thỏa
8	6	179980	0.605	3.631	Không thỏa
9	3	216225	0.64	1.92	Không thỏa

2. Trường hợp uốn ngang (chỉ trình bày ma trận kết quả):

Các ma trận chuyển nhip

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 14,8 & 0,00034 & 0,00168 & 0 \\ 0 & 1 & 0,00005 & 0,00034 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 14,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0.90124 & 2.35256 & 0.00000887 & 0.00000713 & 0 \\ -0.16437 & 0.90124 & 0.0000073 & 0.0000089 & 0 \\ -65986.552 & 52989.339 & -0.90124 & 2.35256 & 0 \\ -54259.525 & -65986.552 & -0.16437 & 0.90124 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} 0.99845 & 1.19963 & 0.00000223 & 0.00000089 & 0 \\ -0.00515 & 0.99845 & 0.0000037 & 0.0000022 & 0 \\ -4151.092 & -1660.535 & 0.99845 & 1.19963 & 0 \\ -6917.061 & -4151.092 & -0.00515 & 0.99845 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_4 = \begin{bmatrix} 0.80275 & 2.30520 & 0.00000882 & 0.00000711 & 0 \\ -0.32782 & 0.80275 & 0.0000072 & 0.0000088 & 0 \\ -131098.394 & -105678.622 & 0.80275 & 2.30520 & 0 \\ -106334.335 & -131098.394 & -0.32782 & 0.80275 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
L_5 &= \begin{bmatrix} 0.70455 & 2.25791 & 0.00000879 & 0.00000709 & 0 \\ -0.49033 & 0.70455 & 0.0000070 & 0.0000088 & 0 \\ -195336.762 & -158068.120 & 0.70455 & 2.25791 & 0 \\ -156229.583 & -195336.762 & -0.49033 & 0.70455 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
L_6 &= \begin{bmatrix} 0.60662 & 2.21070 & 0.00000870 & 0.00000707 & 0 \\ -0.65191 & 0.60662 & 0.0000069 & 0.0000087 & 0 \\ -258702.894 & -210158.104 & 0.60662 & 2.21070 & 0 \\ -203950.419 & -258702.894 & -0.65191 & 0.60662 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
L_7 &= \begin{bmatrix} -3.63433 & 0.17642 & 0.00001848 & 0.00003293 & 0 \\ -4.08221 & -3.63433 & 0.0000005 & 0.0000185 & 0 \\ -738551.977 & -1315987.500 & -3.63433 & 0.17642 & 0 \\ -21871.020 & -738551.977 & -4.08221 & -3.63433 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
L_8 &= \begin{bmatrix} -16.67252 & -21.09484 & -0.00003757 & 0.00002717 & 0 \\ -4.69954 & -16.67252 & -0.0000654 & -0.0000376 & 0 \\ 2094913.772 & -1514994.807 & -16.67252 & -21.09484 & 0 \\ 3648985.736 & 2094913.772 & -4.69954 & -16.67252 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
L_9 &= \begin{bmatrix} -1.19085 & 1.66609 & 0.00001188 & 0.00001306 & 0 \\ -2.82442 & -1.19085 & 0.0000052 & 0.0000119 & 0 \\ -827749.631 & -910511.116 & -1.19085 & 1.66609 & 0 \\ -360250.270 & -827749.631 & -2.82442 & -1.19085 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
W_n &= \begin{bmatrix} 40459.45311 & 673653.6804 & 17.2142244 & 92.89576767 & 0 \\ 33873.40471 & 622967.5525 & 17.7272925 & 107.8820448 & 0 \\ 3267369280 & 78673148905 & 2754607.455 & 19893471.77 & 0 \\ -4725091697 & -63115362308 & -1135765.885 & -2905918.644 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Bốn phần tử đầu của cột cuối cùng ở tất cả các ma trận này đều bằng không do không có tải trọng ngoài tác động trên nhịp.

Vì chân cọc liên kết tự do nên ma trận tuyến điều kiện T_1 có dạng:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$W_n^* = T_1 W_n = \begin{pmatrix} 3267369280 & 7867314890 & 2754607.455 & 19893471.77 & 0 \\ -4725091697 & -6311536230 & -1135765.885 & -2905918.644 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K = W_n^* T_2 = \begin{pmatrix} 3267369280 & 78673148905 \\ -4725091697 & -62115362308 \end{pmatrix}$$

$$Q = W_n^* T_3 = \begin{pmatrix} 1132403961.250 \\ -4041684.529 \end{pmatrix}$$

$$X = K^{-1}Q = \begin{pmatrix} 0.33576 \\ -0.02834 \end{pmatrix}$$

Vec tơ trạng thái tại các tiết diện được chia:

$$\varepsilon_{01} = \{0.33576 \quad -0.02834 \quad 50 \quad 50 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{02} = L_1 \varepsilon_{01} = \{0.01714 \quad -0.00906 \quad 790 \quad 50 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{03} = L_2 \varepsilon_{02} = \{0.00806 \quad -0.00608 \quad 792.6443 \quad -35.120 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{04} = L_3 \varepsilon_{03} = \{-0.00025 \quad -0.00133 \quad 422.0203 \quad -198.1350 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{05} = L_4 \varepsilon_{04} = \{-0.00096 \quad 0.00029 \quad 55.7750 \quad -96.0994 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{06} = L_5 \varepsilon_{05} = \{-0.00022 \quad 0.00022 \quad -35.8538 \quad -1.3136 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{07} = L_6 \varepsilon_{06} = \{3.0454E-05 \quad 2.064E-05 \quad -13.5046 \quad 10.9109 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{08} = L_7 \varepsilon_{07} = \{2.6794E-06 \quad -5.08462E-06 \quad 1.3513 \quad -0.4349 \quad 1\}$$

$$\varepsilon_{09} = L_8 \varepsilon_{08} = \{4.66648E-09 \quad 9.43176E-08 \quad -0.03915 \quad 0.02588 \quad 1\}$$

Trường hợp uốn ngang-dọc:

Cách tính cọc chịu uốn-nén, uốn-kéo cũng giống như đối với uốn ngang. Một số kết quả chính yếu về chuyển vị-nội lực khi cọc chịu uốn ngang – dọc ghi ở bảng 2 và được vẽ thành các biểu đồ trên hình 3. Những con số từ ví dụ này cho thấy rất rõ ảnh hưởng của lực dọc trục đến trạng thái chuyển vị-nội lực của cọc như đã nêu trong [2], [5] và [6].

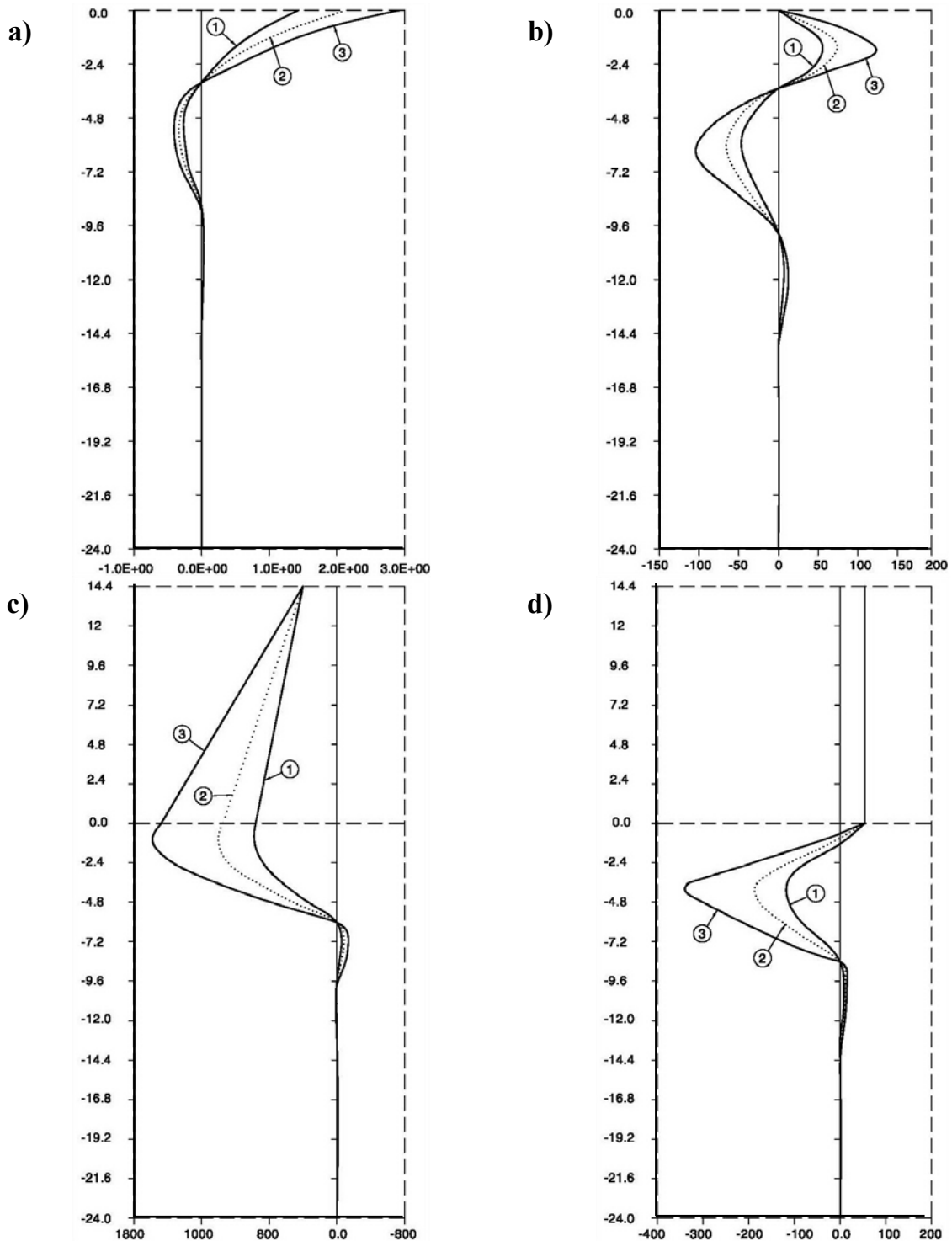
Bảng 2: Chuyển vị-nội lực khi cọc chịu uốn

Chuyển vị – nội lực và vị trí xuất hiện		Trường hợp chịu uốn		
		Uốn – kéo N=1000Kn	Uốn ngang N=0kN	Uốn-nén N=1000kN
u_y (m)	Đầu cọc	0.23869	0.33576	0.56702
φ_x (rad)		-0.01999	-0.02834	-0.04832
u_y (m)	Mặt đất	0.0128	0.0174	0.02723
φ_x (rad)		-0.00664	-0.00906	-0.01772
M_z (kNm)	Mặt đất	564.11	790	1329.79
	Z=-1,2m	574.44	792.64	1313.8
p_z (kN/m ²)	Z=-1,2m	45.458	59.966	93.372
	Z=-6,0m	-26.04	-35.712	-59.892

3.2 Ví dụ 2: Khảo sát ảnh hưởng của lực dọc trục N đến độ cứng chống chuyển vị ngang của đầu cọc:

Đầu bài

Sử dụng lại số liệu về cọc và đất nền cho trên hình 2 để xác định giá trị các độ cứng chống chuyển vị ngang của đầu cọc có xét đến lực dọc trục cọc N theo nguyên lý nêu trong [7]. Giá trị của lực dọc trục N không vượt quá sức chịu tải nén cho phép $P_{an} = 3000\text{kN}$ và sức chịu tải kéo cho phép $P_{ak} = 1300\text{kN}$.

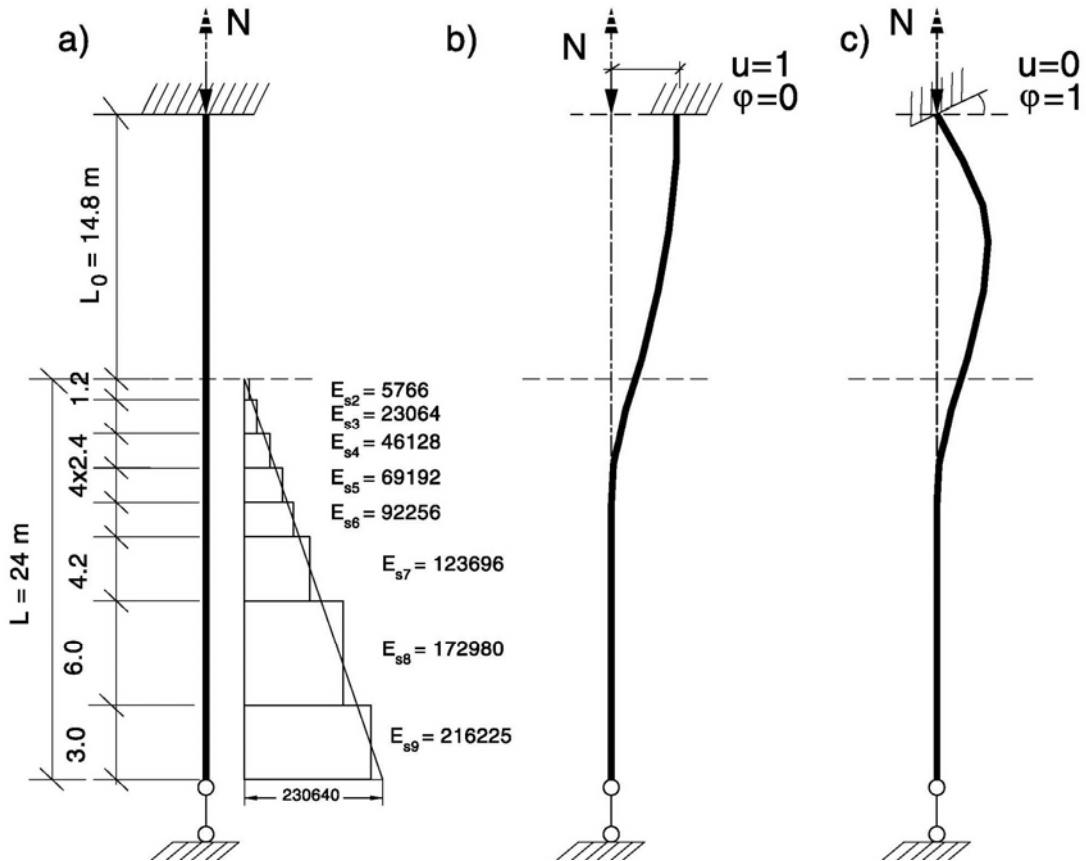


Hình 3: Biểu đồ chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang có xét ảnh hưởng lực dọc.

a_ Chuyển vị ngang; b_ Phản lực nền*; c_ Momen uốn; d_ Lực cắt.

①: uốn – kéo, ②: uốn – ngang, ③: uốn – kéo.

*: giá trị đồ thị tăng 1,55 lần.



Hình 4: Sơ đồ xác định độ cứng chống chuyển vị đầu cọc có xét ảnh hưởng lực dọc trục.

- Sơ đồ dầm – nền;
- Sơ đồ xác định M_u và Q_u ;
- Sơ đồ xác định M_ϕ và Q_ϕ .

Giải

- Hình 4 mô tả sơ đồ dầm-nền để giải bài toán thứ hai cùng với hai sơ đồ nguyên tắc để xác định một bộ gồm 04 phản lực liên kết ngầm đầu cọc do các chuyển vị cưỡng bức đơn vị gây ra dưới tác dụng của lực dọc trục; tóm tắt như sau:
 - Khi $u=1$ và $\phi=0$ thì thu được các phản lực liên kết, ký hiệu: M_u và Q_u (H.4b)
 - Khi $u=0$ và $\phi=1$ thì thu được các phản lực liên kết, ký hiệu M_ϕ và Q_ϕ (H.4c).
- Để khảo sát ảnh hưởng của lực dọc trục N đến giá trị các độ cứng chống chuyển vị đầu cọc M_u , Q_u , M_ϕ và Q_ϕ , ta chia ra ba trường hợp chịu uốn.
 - Uốn ngang: $N=0$
 - Uốn-nén: lực dọc trục N biến thiên trong khoảng từ 0 đến 3000kN.

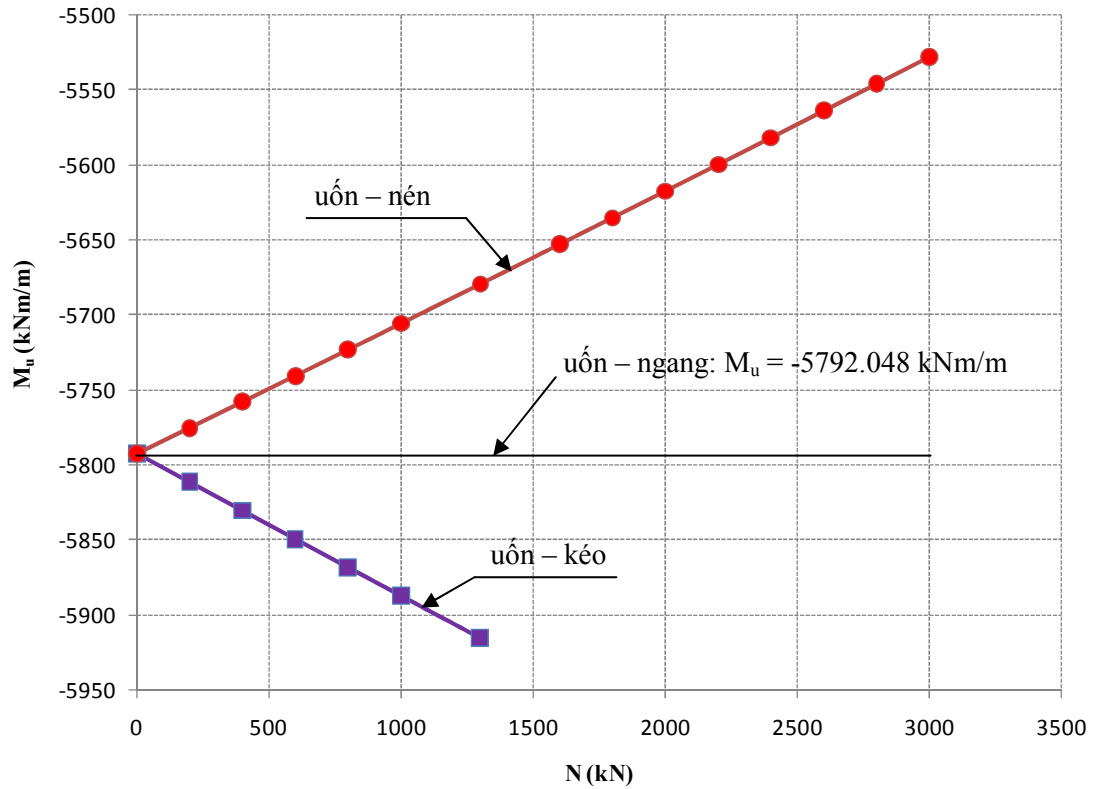
- Uốn-kéo: lực dọc trục N biến thiên trong khoảng từ 0 đến 1300kN.

Kết quả tính toán ghi ở bảng 3 và vẽ nên đồ thị hình 5: tất cả cho thấy, đối với cọc chịu lực ngang được xét, lực dọc trục ảnh hưởng rất đáng kể đến độ cứng chống chuyển vị đầu cọc.

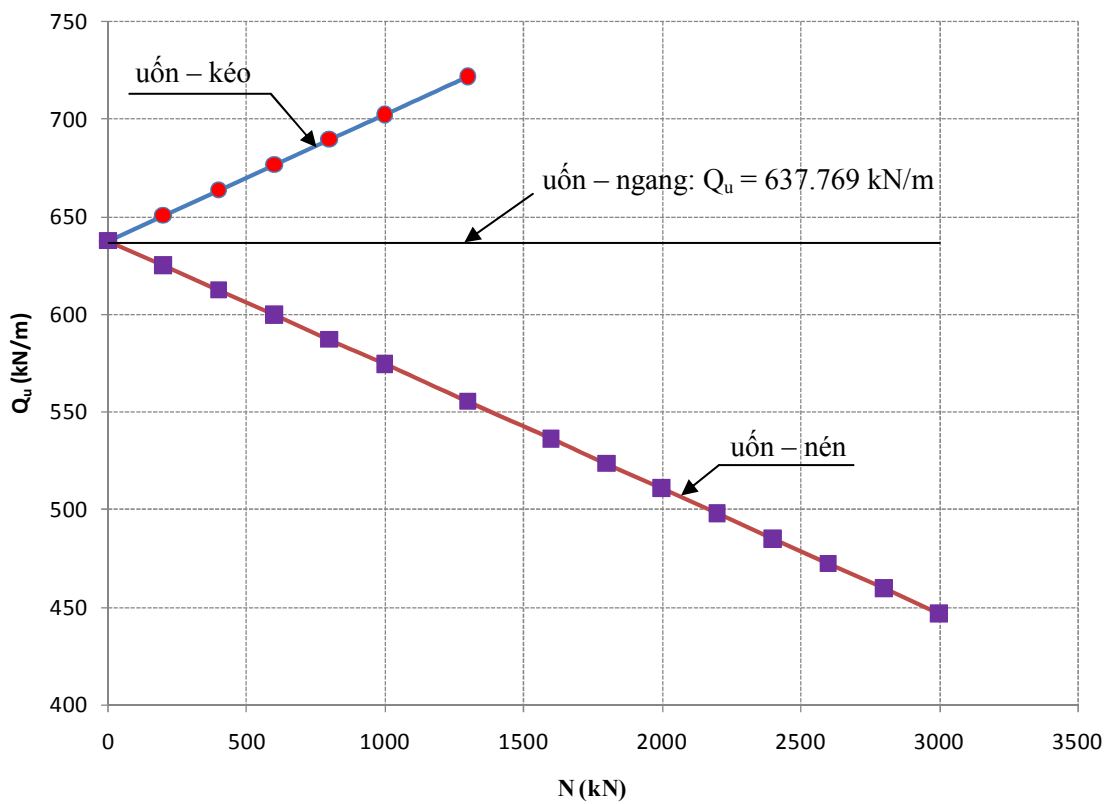
Bảng 3: Giá trị các độ cứng chống chuyển vị đầu cọc có xét ảnh hưởng của lực dọc trục N.

N (kN)	M_u (kN.m/m)		Q_u (kN/m)		M_ϕ (kN/rad)		Q_ϕ (kN.m/rad)	
	Kéo	Nén	Kéo	Nén	Kéo	Nén	Kéo	Nén
0	-5792.05	-5792.05	637.769	637.769	5792.048	5792.048	-70390.2	-70390.2
200	-5811.09	-5774.83	650.738	625.114	5811.03	5774.821	-70873.5	-69914.8
400	-5830.08	-5757.55	663.698	612.444	5829.958	5757.53	-71354.3	-69436.8
600	-5849.02	-5740.21	676.65	599.762	5848.832	5740.186	-71832.4	-68956.3
800	-5867.9	-5722.82	689.594	587.068	5867.651	5722.788	-72308.1	-68473.3
1000	-5886.72	-5705.37	702.529	574.361	5886.417	5705.336	-72781.3	-67987.6
1300	-5914.85	-5679.1	721.917	555.277	5914.465	5679.057	-73486.5	-67254.2
1600		-5652.71		536.165		5652.654		-66514.7
1800		-5635.04		523.408		5634.983		-66018.3
2000		-5617.32		510.638		5617.257		-65519.2
2200		-5599.55		497.855		5599.475		-65017.2
2400		-5581.71		485.059		5581.637		-64512.4
2600		-5563.82		472.251		5563.743		-64004.7
2800		-5545.87		459.429		5545.792		-63494.1
3000		-5527.87		446.594		5527.748		-62980.5

a)



b)



Hình 5: Đồ thị quan hệ giá trị độ cứng chống chuyển vị ngang đầu cọc phụ thuộc vào lực dọc trục N .

a_ Phản lực momen uốn M_u ;b_ Phản lực lực cắt Q_u .

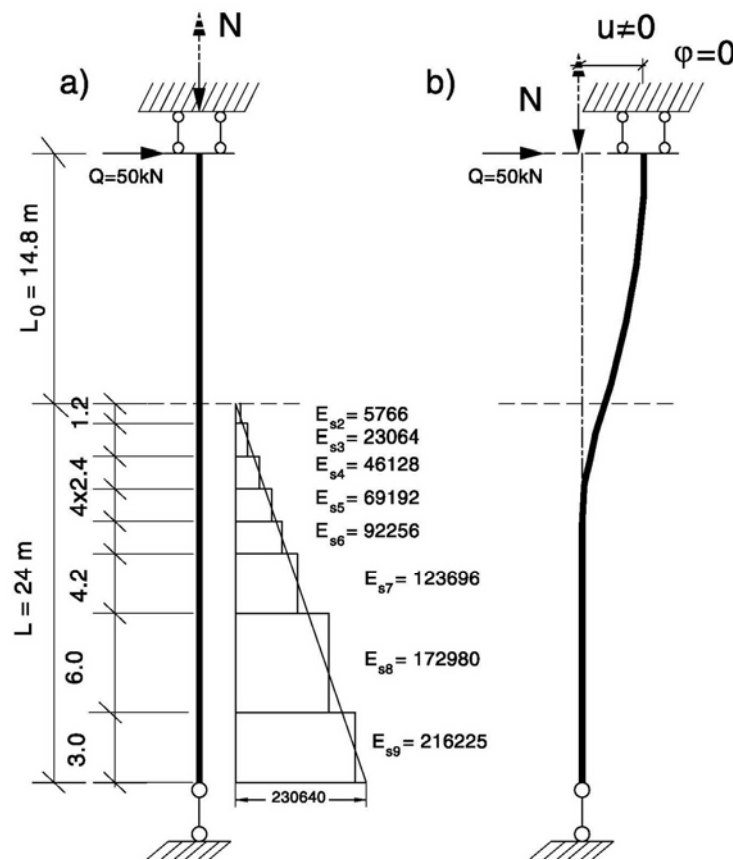
3.3 Ví dụ 3: Khảo sát ảnh hưởng của lực dọc trục N đến chiều dài chịu uốn của cọc:

Đầu bài

Vấn sử dụng số liệu về cọc và đất nền đã cho ở hình 2 để tìm giá trị của chiều dài chịu uốn L_u và momen ngàm M_{ng} có xét ảnh hưởng của lực dọc trục N theo nguyên lý nêu trong [7].

Giải

- Hình 6 mô tả sơ đồ dầm – nền để giải bài toán thứ ba cùng với sơ đồ nguyên tắc để xác định chuyển vị ngang của đầu cọc liên kết ngàm trượt dưới tác dụng của lực ngang $Q = 50\text{kN}$ có xét ảnh hưởng của lực dọc trục N .



Hình 6: Sơ đồ xác định chiều dài chịu uốn có xét ảnh hưởng lực dọc trục.

a. Sơ đồ dầm-nền,

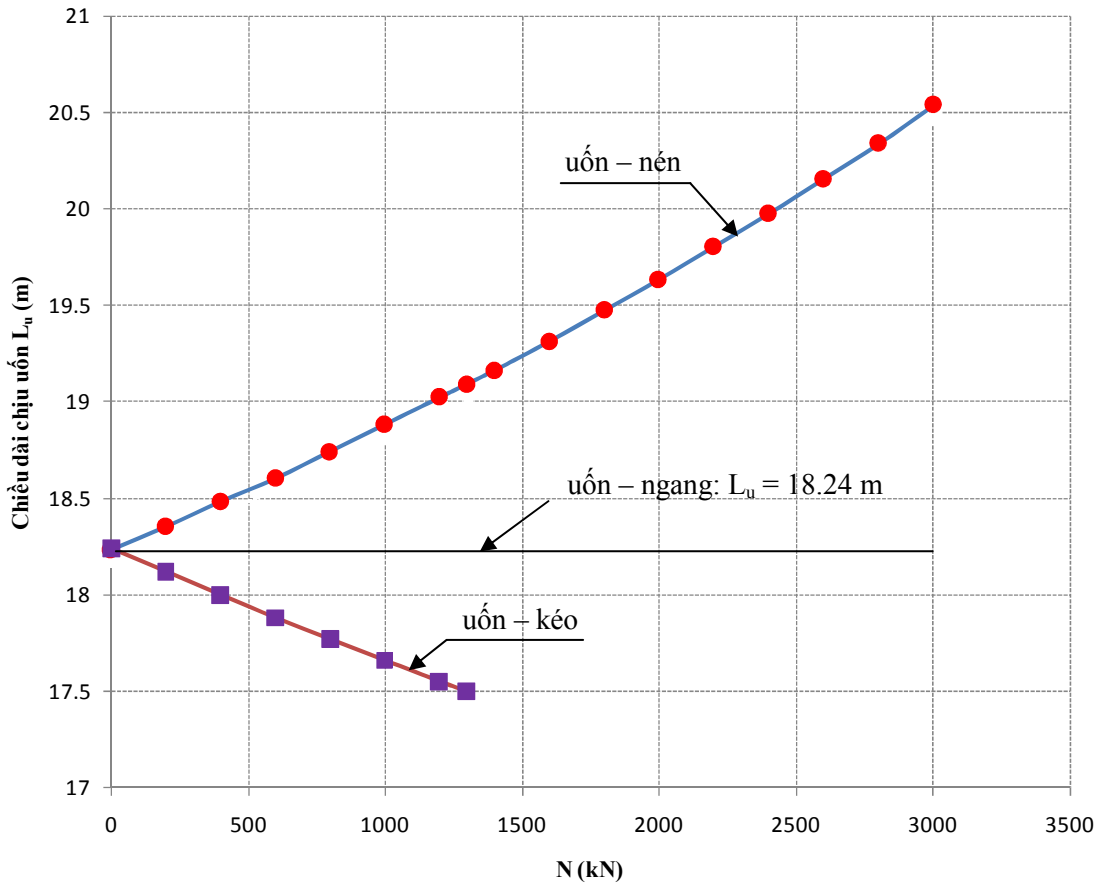
b. Sơ đồ xác định chiều dài chịu uốn và momen ngàm.

- Cách khảo sát ảnh hưởng của lực dọc trục đến giá trị của chiều dài chịu uốn L_u và momen ngàm M_{ng} cũng giống như ở bài toán thứ hai. Kết quả tính toán thu được ghi ở bảng 4 và vẽ nên các đồ thị ở hình 7 và 8.

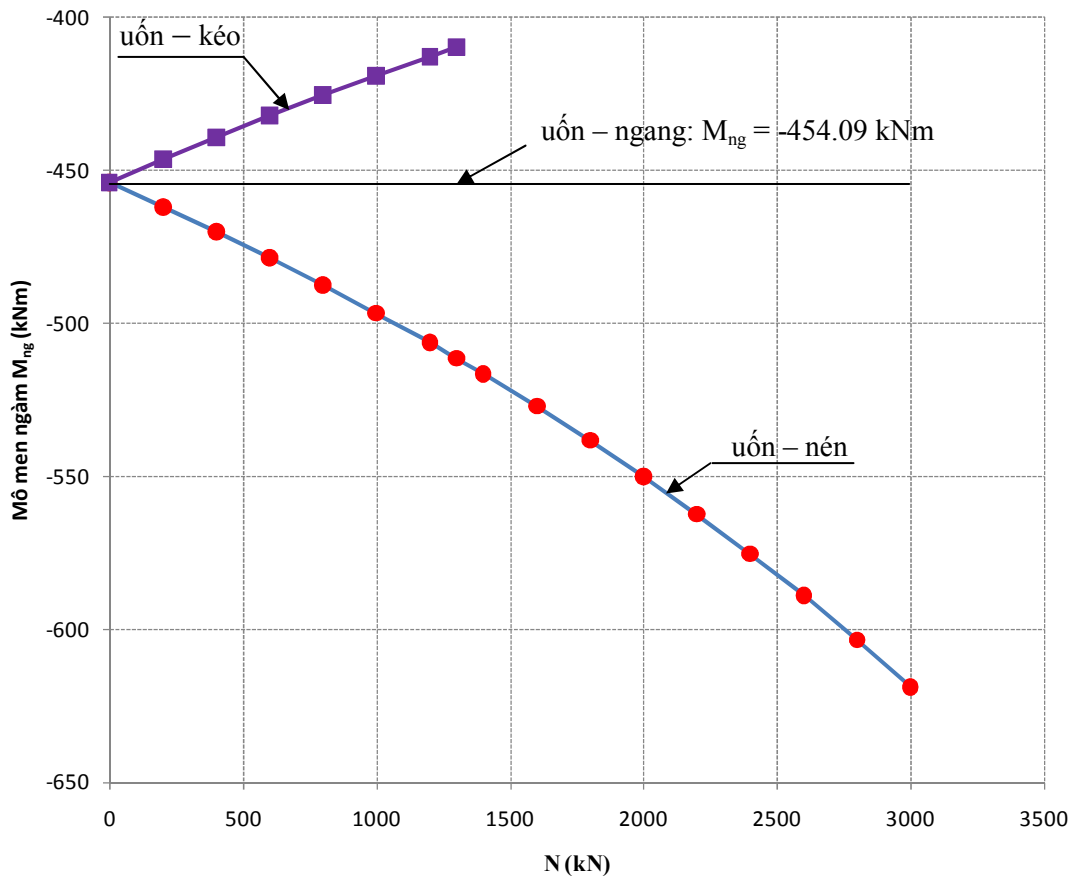
Các con số từ ví dụ này một lần nữa cho thấy, lực dọc trục có ảnh hưởng đáng kể đến L_u và M_{ng} .

Bảng 4: Giá trị của L_u và M_{ng} có xét ảnh hưởng của lực dọc trục

N (kN)	Trường hợp chịu lực dọc trục			
	Nén		Kéo	
	L_u (m)	M_{ng} (kN.m)	L_u (m)	M_{ng} (kN.m)
0	18.24	-454.09	18.24	-454.09
200	18.36	-461.902	18.12	-446.5
400	18.49	-470.047	18	-439.212
600	18.61	-478.541	17.88	-432.204
800	18.75	-487.407	17.77	-425.46
1000	18.89	-496.672	17.66	-418.966
1200	19.03	-506.362	17.55	-412.708
1300	19.1	-511.376	17.5	-409.663
1400	19.17	-516.507		
1600	19.32	-527.142		
1800	19.48	-538.303		
2000	19.64	-550.03		
2200	19.81	-562.367		
2400	19.98	-575.364		
2600	20.16	-589.075		
2800	20.34	-603.562		
3000	20.54	-618.892		



Hình 7: Đồ thị quan hệ giá trị chiều dài chịu uốn phụ thuộc vào lực dọc trục N .



Hình 8: Đồ thị quan hệ giá trị momen ngàm phụ thuộc vào lực dọc trục N ứng với $Q = 50$ kN.

4. Kết luận

4.1 Bài toán cọc chịu uốn tổng quát được giải bằng phương pháp MTCT theo sơ đồ dầm – nền chủ yếu dựa trên những chỉ dẫn về các phép toán ma trận trong cách sử dụng ma trận chuyển [1] và các công thức ma trận chuyển nhip của các phần tử cọc không tiếp đất [2] cũng như các phần tử tiếp đất [3]. So sánh với một số cách giải khác trong [2], [6] và SAP2000, kết quả tính cọc chịu uốn ngang – dọc bằng MTCT theo sơ đồ dầm – nền là chính xác và khối lượng tính toán ít hơn.

4.2 Dựa vào thế mạnh này, thông qua ví dụ cụ thể, đã khảo sát ảnh hưởng của lực dọc trục đến trạng thái chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang đối với ba bài toán cơ bản trong tính toán thiết kế móng cọc.

Kết quả khảo sát cho phép khẳng định: trong nhiều trường hợp, khi tính cọc và móng cọc chịu lực ngang không thể bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc trục.

4.3 Cọc chịu uốn ngang-dọc được giải bằng phương pháp MTCT theo sơ đồ dầm nền có thể tìm thấy được nhiều ứng dụng như:

1. Tính cọc đơn chịu lực ngang phức tạp hoặc các kết cấu có thể chuyển về sơ đồ cọc chịu lực ngang trong nền biến dạng đàn hồi cục bộ phân lớp.
2. Nếu chọn dùng một hệ số nền hợp lý giải thuật nói trên cho phép xét được tương tác đàn hồi – dẻo phi tuyến giữa cọc và đất.
3. Ba bài toán cọc chịu lực ngang có xét đến ảnh hưởng của lực dọc trục sẽ là cơ sở để xây dựng cách tính móng cọc có xét đến lực dọc khi chịu lực ngang.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Lều Thọ Trình, Lều Mộc Lan:
Cách sử dụng ngôn ngữ ma trận trong lý thuyết hệ thanh. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2007.
- [2] Phan Dũng:
Tính toán cọc mềm chịu lực ngang có xét ảnh hưởng của tải trọng đứng bằng phương pháp ma trận chuyển tiếp. Luận án Phó Tiến Sĩ Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội, 1984.
- [3] Phan Dũng:
“Giải bài toán uốn ngang-dọc của dầm trên nền đàn hồi bằng phương pháp ma trận chuyển tiếp”. Các báo cáo hội nghị kết cấu xây dựng lần thứ nhất. Tập 4: Kết cấu xây dựng công trình giao thông, Hà Nội, 1985, tr.202-207.
- [4] Phan Dũng:
Tính toán cọc và móng cọc trong xây dựng giao thông. Nhà xuất bản Giao thông vận tải, Hà nội, 1987.
- [5] Phan Dũng:
“Tính cọc mềm chịu uốn ngang-dọc trong nền nhiều lớp bằng phương pháp phần tử hữu hạn”. Tập san: Khảo sát-Thiết kế, N0.2, 1986. Viện Thiết kế Giao thông Vận tải, Bộ Giao thông vận tải, Hà Nội, tr33-41.
- [6] Phan Dũng:
“Tính toán công trình bên trên nền cọc theo sơ đồ khung có trụ cọc trong đất bằng phương pháp phần tử hữu hạn”. Tạp chí Khoa học Công nghệ Giao thông Vận tải, No.2, 2008, Trường Đại học Giao thông Vận tải Tp. Hồ Chí Minh, tr.88-102.
- [7] Phan Dũng:
“Chuyển vị nằm ngang và chuyển vị xoay của cọc ở mức đáy đài theo TCXD 205:1998-Một dạng khác của công thức tính và các ứng dụng”. Tạp chí Biển & Bờ, No. 3+4/2009, Hội Cảng – Đường thủy-Thềm lục địa Việt Nam, tr.50-58.